**SỞ GD&ĐT KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2018** – **2019**

 **MÔN THI: TOÁN**

**ĐỀ CHÍNH THỨC**

**Dùng cho thí sinh vào lớp chuyên Toán, chuyên Tin**

*Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề bài)*

**Câu 1 (3,0 điểm).**

 1. a) Giải phương trình sau: .

 b) Giải phương trình: .

 c) Cho Giải phương trình: *f(f(f(f(x))))* = *65539 .*

 2) Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: *x2 + 4x + 1 = y4.*

 **Câu 2 (2,0 điểm).**

 a) Cho *A = a + b + c + m + n + p*, *B = ab + bc + ca – mn – np – pm* và *C = abc + mnp*. Biết *a, b, c, m, n, p* là các số nguyên dương và cả *B, C* đều chia hết cho *A*. Chứng minh *A* là hợp số .

 b) Cho x, y là các số hữu tỉ thỏa mãn đẳng thức: . Chứng minh: là một số hữu tỉ.

 c) Cho hai số *a* và *b* thỏa mãn a > 0, b > 0 . Xét tập hợp *T* các số có dạng: *T* = {*ax + by*}, trong đó *x* và y là các số thỏa mãn x,y > 0 và *x* + *y* = 1. Chứng minh rằng các số:  và đều thuộc tập hợp T .

**Câu 3 ( 1,0 điểm ).** Cho x, y, z là các số thực thuộc đoạn [ 0 ;4 ]. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:

.

**Câu 4 ( 3,0 điểm ).** Cho tam giác *ABC* nhọn ( *AB < AC* ). *M, N* nằm trên cạnh *BC* sao cho *M* nằm giữa *N* và *B*. Lấy các điểm *P, Q* trên *AM, AN* sao cho *BP, CQ* cùng vuông góc với *BC*. Gọi *K, J* lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *APQ*, *AMN* và *L* là hình chiếu của *K* trên *AJ*. *E* là trực tâm tam giác *AMN*, *S* là hình chiếu của *E* trên *MN* và *F* là trung điểm của *MN*.

 1. Tính *AE* theo *MJ* và *MN.*

 2. a) Gọi *R* là hình chiếu của *Q* trên đoạn thẳng *BP* và *D* là giao điểm của hai đường thẳng *QR* và *AP*, kẻ đường kính *AT* của đường tròn *( K ).* Chứng minh rằng: *AL. CQ + QR . KL = AL . BP* và *MS.MB.PD2* *= MA.MP.RD2.*

 b) Chứng minh rằng: *RD.PM.AL + NC.AL.PD = JL.BC. PD.*

**Câu 5: ( 1,0 điểm ).** Cho a1, a2, …., an ( n 3) là các số thực. Chứng minh rằng: Khi đó a*i*, a*j*, a*k* là độ dài ba cạnh của một tam giác, trong đó i, j, k là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện 0 < i < j < k  n. Biết rằng n số thực trên là các số thỏa mãn: .

 **HẾT**

*Giám thị coi thi không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu.*

Họ và tên thí sinh:………………………………………….Số báo danh:……………………………………...

Giám thị số 1:………………………………………………Giám thị số 2:…………………………………….

 **SỞ GD&ĐT KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN NĂM HỌC 2018** – **2019**

 **HƯỚNG DẪN CHẤM MÔN: TOÁN**

*( Hướng dẫn chấm có 07 trang )* ***Dùng cho thí sinh vào lớp chuyên Toán, chuyên Tin***

**A. LƯU Ý CHUNG**

- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.

- Điểm toàn bài tính đến 0.25 và không làm tròn.

- Với bài hình học nếu học sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

**B. ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM**

Câu Ý Lời giải Điểm

 1 1 a. Giải phương trình:  . ĐKXĐ: hoặc 

 Đặt , phương trình trở thành:





  0.5



 .

 ---------------------------------------------------------------------------------------------------------

 Khi đó, ta có: = a 

  ( thỏa mãn ĐKXĐ ). 0.5

 Kết luận: Vậy phương trình có tập nghiệm S = .

 b. Cho Giải phương trình: *f(f(f(f(x))))* = *65539 .*

 Theo đề bài, ta có: f(x) = . 0.25

 ------------------------------------------------------------------------------------------------------------

 Suy ra : .

 f(f(f(x))) = (f(f(x)) – 3)2 + 3 = (x – 3)8 + 3. 0.25

 f(f(f(f(x)))) = (f(f(f(x))) – 3)2 + 3 = (x – 3)16 + 3.

 1

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |   |  |   |
|   |  | Khi đó: (x – 3)16 + 3 = 65539 .Kết luận: Vậy phương trình có tập nghiệm S = {5; 1}. |   0.25 0.25 0.5 0.5 0.5 0.25 0.25 |
| c. Giải phương trình: . |
| Do x = 0 không là nghiệm của phương trình, chia hai vế của phương trình ban đầu cho x2ta được . Đặt y = thì phương trình trở thành: --------------------------------------------------------------------------------------------------- Suy ra : Kết luận: Vậy tập nghiệm của phương trình là: S = . |
|  2 | Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn: *x2 + 4x + 1 = y4 .* |
| Nhân cả 2 vế của phương trình ban đầu, ta được phương trình mới tương đương với phương trình đã cho: 4x2 + 16x + 1 = 4y4 . ------------------------------------------------------------------------------------------------------------------Xét các cặp giá trị của x và y , ta được duy nhất x = –4, y = 1 thỏa mãn điều kiện đề bài.Kêt luận: Vậy x = – 4, y = 1.  |
|    2 |   a | Cho *A = a + b + c + m + n + p*, *B = ab + bc + ca – mn – np – pm*  và *C = abc + mnp*. Biết *a, b, c, m, n, p* là các số nguyên dương và cả *B, C* đều chia hết cho *A*. Chứng minh *A* là hợp số . |
| Xét đa thức f(x) = (x + a)(x + b)(x + c) – (x – m)(x – n)(x – p). Khai triển và rút gọn, ta được: ------------------------------------------------------------------------------------------------------------------Vì cả B và C đều chia hết cho A nên f(x) Do đó đa thức f(m)  A hay(m+a)(m+b)(m+c)  A. -------------------------------------------------------------------------------------------------------------Nếu A là số nguyên tố thì 1 trong 3 số trên phải có ít nhất một số chia hết cho A, vô lí vì đây đều là những số nguyên dương nhỏ hơn A. Do đó, A phải là hợp số **.**Kết luận: Vậy A là hợp số. |
|   b | Cho x, y là các số hữu tỉ thỏa mãn: Chứng minh rằng:là một số hữu tỉ. |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|   |   |  |  |
|  |  | Ta có:   ------------------------------------------------------------------------------------------------------------Vì x, y là các số hữu tỉ nên |x + y| là một số hữu tỉ, suy ra là một số hữu tỉ.Kết luận: Vậy là một số hữu tỉ. |   0.25 0.25 0.25 0.25 |
|  c | Cho hai số *a* và *b* thỏa mãn a > 0, b > 0 . Xét tập hợp *T* các số có dạng: *T* = { *ax + by* }, trong đó *x* và y là các số thỏa mãn x,y > 0 và *x* + *y* = 1. Chứng minh rằng các số:  và đều thuộc tập hợp T . |
| Ta tìm x, y > 0 thỏa mãn x + y = 1 sao cho: thỏa mãn: ( x; y ) Vậy  ------------------------------------------------------------------------------------------------------------Chứng minh tương tự: . thoả mãn ( x; y ) Vậy ------------------------------------------------------------------------------------------------------------Kết luận: Vậy các số và đều thuộc tập hợp T. |
|  3 |  | Cho x, y, z là các số thực thuộc đoạn [ 0 ;4 ]. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức sau:. |  0.25 |
| Đặt.Khi đó, ta có: . Do các số a, b, c có vai trò hoán vị vòng quanh trong biểu thức A nên không mất tính tổng quát, ta có thể giả sử .Ta có: A = =–( vì )(vì ). |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |   |  |   |
|  |  | Đặt B = .Áp dụng bất đẳng thức Cô – si cho 3 số không âm, ta có:------------------------------------------------------------------------------------------------------------Do đó:  Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi: Kết luận: Vậy giá trị lớn nhất của A là đạt được khi (x; y; z) =  và các hoán vị. |  0.5 0.25 |
|   4 |  1 |  Tính *AE* theo *MJ* và *MN.* |  0.25 0.25 0.25 0.25 |
| Kẻ đường kính *AH* của đường tròn *( J ).* Dễ thấy tứ giác *MECH* là hình bình hành, *F* là trung điểm của *MN* nên *F* cũng là trung điểm của *EH.* Suy ra *: JF* là đường trung bình của tam giác *AEH* Mặt khác, *F* là trung điểm của *MN* nên và *JF* vuông góc với *MN* tại *F*. Áp dụng định lí Pythagores vào tam giác JFM vuông tại F, ta có: .. Vậy AE = . |
|  2 | a. Gọi *R* là hình chiếu của *Q* trên đoạn thẳng *BP* và *D* là giao điểm của hai đường t thẳng *QR* và *AP*, kẻ đường kính *AT* của đường tròn *(K).* Chứng minh rằng: *AL. CQ ++ QR . KL = AL . BP* và *MS.MB.PD2* *= MA.MP.RD2.*Vì MN // RQ ( cùng vuông góc với BP ) nên ( đồng vị ). Suy ra: .Khi đó: $\~$ (g.g) và **(1)**Từ  AL.PR = QR. KL   |  0.25 |
|  |   |  |  |
|  5 |  | .Dễ thấy tứ giác BCQR là hình chữ nhật nên BR = CQ. Suy ra: .--------------------------------------------------------------------------------------------------------------$\~$(g.g)  **(\*)**; $\~$(g.g) --------------------------------------------------------------------------------------------------------Khi đó, **(\*)** tương đương với: MS.MB.PD2 = MA.MP.RD2.Vậy và MS.MB.PD2 = MA.MP.RD2. |  0.25 0.25 0.25 0.25  0.25 0.5  0.25 0.25 0.25 0.25 |
|  | b. Chứng minh rằng: *RD.PM.AL + NC.AL.PD = JL.BC. PD.* |
| ( cùng bù với ) .Mà: nên $\~$(c.g.c)  **(2)****--------------------------------------------------------------------------------------------------------**Lại có:  **(3)**Từ **(1), (2) và (3)** ta có: , mà QR = BC ( do BCQR là hình chữ nhật ) nên: .----------------------------------------------------------------------------------------------------------------Suy ra: .Mà  (chứng minh trên ) nên  RD.PM.AL + NC.AL.PD = JL.BC. PD.Vậy RD.PM.AL + NC.AL.PD = JL.BC. PD.D:\mimhk\152.pngGiả sử có 3 số nào đó không là độ dài ba cạnh của một tam giác, chẳng hạn là a1, a2, a3 và a1 + a2 < a3. ( 1 )--------------------------------------------------------------------------------------------------------Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacốpski cho hai dãy, mỗi dãy có n – 2 số thực : + Dãy 1: . + Dãy 2: và n – 3 số 1Ta có: hay .--------------------------------------------------------------------------------------------------------Kết hợp với bất đẳng thức điều kiện, suy ra: ( 2).--------------------------------------------------------------------------------------------------------Giả sử: , thay vào ( 2 ) ta được:. Khai triển và rút gọn, ta được:  hay < 0. Bất đẳng thức này không xảy ra do biểu thức ở vế trái luôn dương. Vậy giả thiết (1 ) là sai.Kết luận: Vậy a*i*, a*j*, a*k* là độ dài ba cạnh của một tam giác, trong đó i, j, k là các số tự nhiên thỏa mãn điều kiện 0 < i < j < k  n |

 **HẾT**